

令和3年度

数学科学習指導案

市教研数学部会研究主題

数学的な思考力、判断力、表現力等を育む学習指導の在り方
～「対話的な学び」の視点に立った授業改善を通して～

千葉市立[]中学校研究主題

「深い学び」を実現するための授業改善
～考える力の育成を目指して～

- 1 日 時 令和3年度 ○○月○○日 ○曜日 ○校時 ○○:○○～○○:○○
- 2 展開学級 3年 D組 (在籍38名)
- 3 展開教室 3年 D組 教室
- 4 授業者 []
- 5 指導者 講師 千葉市立[]中学校 教頭 []先生
協力員 千葉市立[]中学校 教諭 []先生
- 6 協議会 場所:○○室 時間:○○:○○～○○:○○

千葉市立[]中学校

1 題材名 課題学習「鏡に映る図」

2 題材について

本題材は学習指導要領「課題学習」に基づいて設定されたものである。平成29年度の全国学力・学習状況調査B問題「事象を図形的に解釈すること」において、万華鏡の問題が出題された。事象を図形間の関係に着目して、対称性をとらえる問題に対する正答率は68%であった。また、図形の関係性をとらえ、数学的な表現を用いて説明する問題に対する正答率は14.8%と非常に低いものであった。それらの結果より、日常生活にある万華鏡の仕組みから合わせ鏡の問題を設定し、日常を数学化し数学的な手法を用いることにより処理することができる問題の設定を行った。

学習指導要領では、現実の世界にある日常生活や社会の現象を数理的にとらえ、問題解決することが大切であると示している。本題材では、実際に2枚の鏡を操作する数学的活動を通して学習を展開していく。数学的活動をすることによって、問題に対する見通しを持ち一般的に成り立つであろう事柄を予想させる。その予想を反比例や図形の移動などといった既習事項と関連付けて表現・処理したり、結果を統一的・発展的に考察したりすることができる力を養いたい。

打瀬中学校では「考える力」を、課題を見つけ出す力、解決する力、発想する力、発展させる力、活用する力と考えている。この「考える力」を育成するために①知識及び技能②思考力、判断力、表現力等③学びに向かう力、人間性の3つの柱を育成することが重要であると考えている。本題材において取得・活用・探求という学びの過程の中で、「見方や考え方」を働かせながら、知識を相互に関連付けてより深く理解したり、情報を精査して考えを形成したり、問題を見いだして解決策を考えたりさせていきたい。さらに、様々な事柄に対して見通しを持つこと、それらを数学的表現を用いて説明することは、すべての単元において共通する部分であると考えている。本題材を学習することで、そのような力を生徒一人一人に身に付けさせたい。

3 生徒の実態

(1) 調査結果の分析

(2) 授業展開学級について

4 「対話的な学び」の視点に立った授業改善について

本時では、2枚の鏡のなす角度を変えると実際に操作する活動を考えている。鏡のなす角と図形の関係性や鏡に映る図形の性質を見いだしていき、数学的表現を用いて筋道を立てて説明する力を養うことができると考えている。

その過程において小グループにおける「対話的な学び」を取り入れる。自ら考察し表現したことを他者に伝え合う活動を通して、新たなことに気が付いたり、自らの考えをより深めたりさせたい。それぞれの過程や結果を振り返り考察し、新たな課題に向き合うことでより深い学びが実現すると考える。

5 評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①対称移動について理解している。 ②鏡に映る図を(正)多角形としてとらえることができる。 ③対称移動して図を描くことができる。	①1年次で学習した対称移動の性質と関連付けて、鏡のなす角と正多角形の辺の数との関係を考察することができる。 ②数学的表現を用いて、鏡に映る像について適切に説明することができる。	①日常生活にある万華鏡という事象を、数学的にとらえようとしている。 ②鏡のなす角を変えながら、どのような図形ができるのか調べようとしている。

6 指導と評価の計画

[表1] 指導及び評価計画「鏡に映る図」 1時間【本時の展開1時間目】

時	題材名	○学習問題(学習課題) ・学習内容 波線下線部…主たる対話的な学び	評価の観点			主たる評価 [観点](評価方法)
			知	思	態	
1 本 時	鏡に映る図	○ツーマラーの角の開き具合がどのようなとき、美しい万華鏡ができるのだろうか。 ・数学的活動を通して鏡に映る図の関係を見通し考察し、それらの仕組みや関係を小グループで共有する。		◎	○	[思] 鏡に映る図の関係を見だし、数学的表現を用いたり図を用いたりして、説明し伝え合うことができる。(行動観察・発表)

8 本時(第1時)について

(1) 本時の目標


①鏡の角度を変えながら、どのような図形ができるのか調べることができる。

【主体的に学習に取り組む態度】

②数学的表現を用いて、鏡に映った像について、適切に表現することができる。

【思考・判断・表現】

(2) 本時の展開

過程	生徒の学習内容と活動 波線下線部…主たる対話的な学び	教師の指導・留意点 ◎指導や支援 ◆評価(評価方法)
導入 5分	1 万華鏡の構造や仕組みを知る。  ツーマラー スリーミラー フォーミラー	◎大型テレビに万華鏡を写し、合わせ鏡によって様々な模様が作り出されていることをとらえさせる。 【準備物】大型テレビ・パソコン

展開
35
分

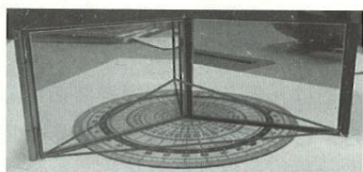
〔学習課題〕 ツーミラーの構造のとき、鏡のなす角と鏡に映る図形にはどのような関係があるか。

〔学習問題〕 ツーミラーの角の開き具合がどのようなとき、美しい万華鏡ができるのだろうか。

○「美しい万華鏡」とは何か把握する。

○「鏡のなす角」の意味を把握する。

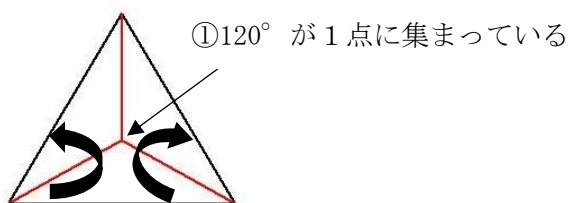
2 テレビに映し出した 120° のときの例を見て、鏡に映ってできた多角形が何か考える。



<予想される生徒の反応>

- ・三角形
- ・二等辺三角形
- ・正三角形

○正三角形としてとらえる



②元の辺が鏡の対称性の性質によって映し出されていること。

3 実際に鏡と分度器を使って、鏡のなす角と鏡の端を結んだ図形の関係調べる。

<予想される生徒の反応>

◎図が重ならない万華鏡と図が重なっている万華鏡を示し、本時では図が重ならない万華鏡を「美しい万華鏡」とすることを伝える。

◎「鏡のなす角」とは「2枚の鏡の間の角」を示すことを図を用いて説明する。

◎鏡に映る図形を多角形としてとらえさせる。

◎大型テレビに写真を映し出し、どのような方法で課題に取り組みばよいか共有する。

◎鏡に映った図形を正三角形として扱うことを説明する。

① 120° の角が1点に集まっていること。

②元の辺が鏡の対称性の性質によって映し出されていること。

【準備物】

鏡2枚・角度の目盛りが印刷された紙・ストロー

- ・90° のときは正方形
- ・60° のときは正六角形
- ・45° のときは正八角形
- ・30° のときは正十二角形

4 鏡のなす角とできる正多角形の辺の数の関係を考える。

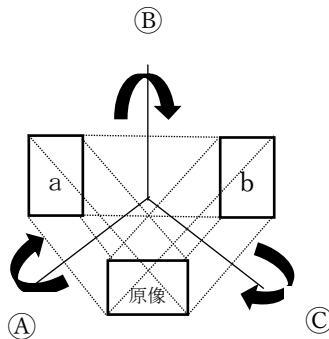
<予想される生徒の反応>

- ・(鏡のなす角) × (正多角形の辺の数) = 360°
- ・鏡のなす角と正多角形の辺の数は反比例の関係になっている。

なす角	120°	90°	60°	45°
辺の数	4	6	8	12

5 鏡のなす角が 120° の場合、原像がどのように移動して鏡に映っているのか説明を聞く。

- ・原像が(A)を対称の軸とした対称移動で a に移動、a が(B)を対称の軸とした対称移動で b に移動、b が(C)を対称の軸とした対称移動で原像に戻ってくる。

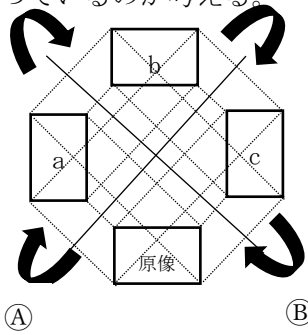


6 鏡のなす角が 90° と 60° の場合で、原像がどのように移動して鏡に映っているのか考える。

○90° のとき

<予想される生徒の反応>

- ・右図のように考える。
- ・原像が(A)を対称の軸とした対称移動で a に移動、a が(B)を対称の軸とした対称移動で b に移動、b が(A)を対称の軸とした対称移動で c



◎鏡のなす角の大きさを変えながら、できる図形の変化に着目するように助言する。

◎調べられない生徒には 90°、60° の場合の写真を渡す。

◆鏡のなす角を変えながら、どのような図形ができるのか調べることができる。(行動観察)

【主体的に学習に取り組む態度】

◎教師が説明し鏡に映る図形を対称移動したものとしてとらえさせる。

◎対称移動によって、原像が移動し、最終的に自身に戻ってくることを確認する。

◎鏡のなす角が 120° の場合の移動を示すボードを黒板に貼る。

【準備物】

鏡 2 枚・分度器・原像(消しゴムなど)

◎実際に 90° と 60° に鏡を合わせたときに、原像がどのように鏡に映っているのかを一人一人に確認させる。

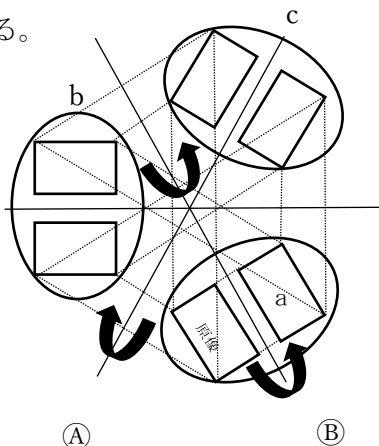
◎鏡のなす角が 90° の場合の移動を示すボードを黒板に貼る。

に移動、cが②を対称の軸とした対称移動で原像に戻ってくる。

○60° のとき

<予想される生徒の反応>

- ・右図のように考える。
- ・原像が①を対称の軸とした対称移動してaに移る。原像とaが②を対称の軸とした対称移動してbに移る。bが①を対称の軸とした対称移動してcに移る。



7 小グループとなり、6をどのように考えたか、班員に伝える。

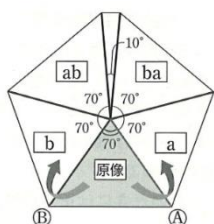
8 ここまででわかったことをまとめる。

- ・万華鏡の中でも、(鏡のなす角) × (正多角形の辺の数) = 360° が成り立つときは、対称移動によって元の図が移動するためきれいに見える。

9 鏡のなす角が70° の場合を考える。

<予想される生徒の反応>

- ・原像が①を対称の軸とした対称移動でaに、②を対称の軸とした対称移動でbに移る。また、aは②を対称の軸とした対称移動でabに、bは①を対称の軸とした対称移動でbaに移る。
- ・abは①を対称の軸とした対称移動、baは②を対称の軸とした対称移動するが、自身と重なってしまう。



◆ 数学的表現を用いたり図を描いたりして、鏡に映った像について、適切に表現することができる。(記述) 【思考・判断・表現】

◎鏡のなす角が60° の場合の移動を示すボードを黒板に貼る。

◎ (鏡のなす角) × (正多角形の辺の数) = 360° が成り立たない図形でも、きれいに見える場合があるので紹介する。

◎実際に70° に鏡を合わせたときに、原像がどのように鏡に映っているのかを一人一人に確認させる。

まとめ 10分	10 本時の学習をまとめる。	
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>〔まとめ〕万華鏡は、原像が最終的に自身に戻ってくる鏡のなす角の大きさになっていとき、きれいに見える。</p> </div>	
	11 感想・まとめを記述する。	◎何名か感想を読み上げる。

(3) 本時の評価

①鏡の角度を変えながら、どのような図形ができるのか調べることができたか。

【主体的に学習に取り組む態度】

②数学的表現を用いて、鏡に映った像について、適切に表現することができたか。

【思考・判断・表現】

(4) 板書計画

学習課題：ツーマラーの角の開き具合がどのようなとき、美しい万華鏡ができるのだろうか。

〔学習問題〕ツーマラーの構造のとき、鏡のなす角と鏡に映る図形にはどのような関係があるか。

120° のときに正三角形になる理由・図

鏡のなす角とできる図形

- ・120° のときは正三角形 ・90° のときは正方形
- ・60° のときは正六角形 ・45° のときは正八角形

鏡のなす角とできる正多角形の辺の数の関係

- ・(鏡のなす角) × (正多角形の辺の数) = 360°
- ・鏡のなす角と正多角形の辺の数は反比例の関係になっている。

原像がⒶを対称の軸とした対称移動でaに移動、aがⒷを対称の軸とした対称移動でbに移動、bがⒸを対称の軸とした対称移動で原像に戻ってくる。

鏡のなす角が120°の場合の移動を示すボード

鏡のなす角が90° 60°の場合の移動を示すボード

万華鏡の中でも、(鏡のなす角) × (正多角形の辺の数) = 360° が成り立つときは、対称移動によって元の図が移動するためきれいに見える。

鏡のなす角が70° のとき

120° の場合を説明図

〔まとめ〕万華鏡は、原像が最終的に自身に戻ってくる角の大きくなっていとき、きれいに見える。

(5) 発問計画

学習内容	発問の具体例
1 万華鏡の構造や仕組みを知る。	<ul style="list-style-type: none"> ・(TV に映る万華鏡について)「みなさんはこれが何かわかりますか。」 ・「実際に見たことがありますか。」 ・「仕組みを知っていますか。」 ・「今日はこの中でもツーマラーについて考えていきます」
2 テレビに映し出した 120° のときの例を見て、鏡に映ってできた多角形が何か考える。	<ul style="list-style-type: none"> ・「この多角形は何に見えますか。」
3 実際に鏡と分度器を使って、鏡のなす角と鏡の端を結んだ図形の関係を調べる。	<ul style="list-style-type: none"> ・「角度を変えて見てみましょう。」 ・「何か気付いたことがあったら記録しておきましょう。」

<p>4 鏡のなす角とできる正多角形の辺の数の関係を考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・「鏡のなす角と正多角形の辺の数」との関係で気が付いたことはありますか。」 ・「(鏡のなす角) × (正多角形の角(辺)) = 360° この式から鏡のなす角と正多角形の角(辺)にはどのような関係があるといえますか。」 ・30° のときは正何角形になると考えられますか。
<p>5 鏡のなす角が 120° の場合、原像がどのように移動して鏡に映っているのか説明を聞く。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・「原像はどんな移動をしていますか」 ・「対称の軸はどこですか」
<p>6 鏡のなす角が 90° と 60° の場合で、原像がどのように移動して鏡に映っているのか考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・「鏡のなす角を 90° や 60° にしてみましょう。」 ・「原像がどのように見えていますか。」 ・「原像がそのように見えるのはなぜか考えてみましょう。」 ・「120° の場合と同じように考えてみましょう。」
<p>7 <u>小グループとなり、6をどのように考えたか、班員に伝える。</u></p>	<ul style="list-style-type: none"> ・「自分の考えを班員に伝えましょう。」 ・「友達の考えを聞いて新たに気付いたことがあれば書き足しておきましょう。」
<p>8 ここまででわかったことをまとめる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・「ここまでの学習で、万華鏡がきれいに見えるためにわかったことはありますか。」 ・「万華鏡の中でも、(鏡のなす角) × (正多角形の辺の数) = 360° が成り立つときは、対称移動によって元の図が移動するためきれいに見えます。」
<p>9 鏡のなす角が 70° の場合を考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・「鏡のなす角を 70° にしてみましょう。」 ・「70° のときの原像の見え方を図を描いて考えてみましょう。」
<p>10 本時の学習をまとめる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・「万華鏡は、元の図が自身に戻ってくる対称移動ができる角の大きさになっていとき、きれいに見える。」
<p>11 感想・まとめを記述する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・「今日の授業の感想やまとめを書きましょう。」