

2年2組 数学科学習指導案

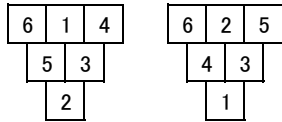
1 題材名 課題学習「ぶどうの房パズル」

2 題材について

(1) 題材観

本題材「ぶどうの房パズル」(図1)は、自然数をマス目に入れていくというパズルである。使用できる数は、1からマス目の数までの自然数であり、それぞれ1回ずつしか使うことができない。

図1 3段のぶどうの房パズルの正解例



一見簡単そうに見えるパズルだが、「上段2マスの差の絶対値が、その下段のマスに入る」というルールに基づいて考えると、生徒は頭を悩ませるであろう。また、適当に数をあてはめて考えても答えは出てくるが、何通りもの答えが出てくる。このとき、まだ他の答えがあるのではないかと問うことで、どうすればもうこれ以上答えがないことを説明できるのかを考えさせることに今回の授業のねらいがある。このとき、すべての場合を書き出し、その中で今回の場合に適しているものは何通りか、と考えることがポイントとなる。

小学校第6学年では「起こりうる場合」を表、図などを使って、起こり得る場合を順序よく整理して調べることを学習している。それを受けて、中学校第2学年では場合の数を基にして得られる確率を用いて、不確定な事象の起こりやすさを捉え考察し表現できるようにする。このとき大切なことは、「起こりうる場合を全部書きあげること」であり、もれ落ちなく数える重要性や、効率的に調べて書き出すことの必要性を理解させたい。

また、2学年の文字式の利用では、文字を用いた式で数量及び数量の関係を表し、数の性質を説明することができた。例えばすべての偶数や奇数の和や差がどのような数になるか文字を使って表して式変形をし、その式を読み取り判断した。

これらを用いて、効率的に「ぶどうの房パズル」にあてはまる数を求めるために、すべての場合を数え上げることと、一方では偶数・奇数の性質を組合せて考える課題学習として取り上げたい。

(2) 大会主題との関連

—キーワード 数学的活動—

新学習指導要領において数学的活動とは、「事象を数理的に捉え、数学の問題を見いだし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行することである」とされている。また、「数学的な考え方」とは、「目的に応じて、論理的に考え、既習の知識や技能を関連付けながら、統合的・発展的に考えること」とされている。今回の授業では、「事象を数理的に捉えること」と「論理的に考え、既習の知識や技能を関連付けて問題を解決しようとすること」に焦点をあてて展開したい。より効率的に正解を見つけるという「目的」に向かって、もれ落ちなく数えることや整数の性質といった「既習の知識」と関連づけながら、論理的に考え、最終的に数の並び方の規則を見つけしていく。このことは正に「数学的な見方・考え方」を働かせ、「数学的活動」を通して問題解決する方法であると考えている。

3 指導及び評価の計画

(1) 指導計画 (2時間扱い)

- ・文字式の利用, 場合の数の求め方などの復習 1時間
- ・ぶどうの房パズル 1時間 (本時)

(2) 評価計画

	数学への 関心・意欲・態度	数学的な 見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などに ついての知識・理解
評価 規準	数量の関係や数の性質において文字式を使って明らかにした性質や場合の数を用いて, 身の回りの事象の解明に活用しようとしている。	数量の関係を見だし, 枠にあてはまる数について考えた過程を, 整数の性質や場合の数を利用して効率的に考えることができる。	見つけた数量の関係から, 枠にあてはまる最適な数を見つけることができる。	身の回りの事象には, 文字を使って説明をした数量の関係や数の性質が深く関わっているものがあることを理解している。

4 本時の指導

(1) ねらい

- ・枠にあてはまる数を求めるために, 既習事項を活用しようとしている。(関心・意欲・態度)
- ・枠にどの数があてはまるかを, 場合の数や整数の性質を利用して効率的に考えることができる。(数学的な見方や考え方)

(2) 展開

過程 【分】	学習内容と活動	支援(◎)留意点(●)評価(◇)
導入 【10】	<p>○ ぶどうの房パズルの意味とルールを理解する。 【数のあてはめ方のルール】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1から6までの自然数を, それぞれ1回ずつ使って枠をうめる。 ・隣り合う2つの数の差がその下の枠に入る。 ・差は絶対値で考える。(大-小) <p>○ 3段の枠に, 1~6までの数をルールにしたがってあてはめてみる。 <予想される生徒の反応></p> <ul style="list-style-type: none"> ・簡単に答えは見つからなさそう。 ・最大数の6は最上段に入れる。 ・1は上段には入れない方がよいかもしれない。 ・並べ方にきまりがあるのかもしれない。 <p>○ 答えを確認する。</p>	<p>◎ルールを説明し, 理解できていることを確認する。</p> <p>◎1~6までの数で考えるよう指示する。</p> <p>●1つ答えが見つかってもし終わりにせず, 他の答えがないか考えるように促す。</p> <p>●左右対称に数が入っているものは, 同じパターンとみなすことをおさえる。</p> <p>●何人かに発表をさせ, 答えは何通りもあることを確認する。</p>

展開
【15】

<学習課題> ぶどうの房パズルの3段の枠に、1～6までの数をあてはめるとき、数の並び方のきまりを見つけよう。

<学習問題①> 見つけたきまりが成り立つ理由を、説明しよう。

○ 学習問題を把握する。

○ 正解例を見て、見つけたきまりとその理由をプリントに記入する。

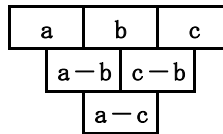
<予想される生徒の反応>

- ・ 6は必ず最上段の枠に入る。
 - ・ 5は1番下の枠には入らない。
 - ・ 4は1番下の枠には入らない。
- } ・ 1番下の枠には1～3までの数が入る。

(理由) 6が上から2段目、3段目の枠に入ってしまうと、差が6になる2数が必要となる。その2数のうち少なくとも1つは6よりも大きい数でないといけないが、そうすると今回のルールに適合しない。5の場合も同様にいえる。

・ 最上段の左右の数の差の絶対値が、1番下の枠の数になることを説明する。

<理由>右図のように最上段の枠の数をa, b, cとおき、その下の枠に入る数を



文字で表す。順に計算すると、1番下の枠の数は $a - c$ と表されるので、最上段の左右の数の差の絶対値が、1番下の枠の数になる。

- ・ 偶数と偶数が並ぶとその下の枠の数は偶数になる。
- ・ 奇数と偶数が並ぶとその下の枠の数は奇数になる。
- ・ 奇数と奇数が並ぶとその下の枠の数は偶数になる。
- ・ 最上段の3つの枠には、偶数が2つ、奇数が1つ入っている。
- ・ 最上段の3つの枠に偶数が隣同士で並ぶとき、1番下の枠の数は奇数になる。
- ・ 最上段の3つの枠に偶数が隣同士で並ばないとき、1番下の枠の数は偶数になる。

● 個人で考えるよう指示し、指名して発表させる。

◎ 数学用語や言葉を正しく使って説明を書くように促す。

● 効率よく数をうめるために必要なきまりなので、「最大数は最上段に入れること」をしっかりとおさえる。

◎ $(a - b) - (b - c) = a - 2b + c$

としている生徒がいたら、正解例を見ながら、差が正の数になるように計算することを伝える。

● 文字式の利用で学習した整数の性質を用いていることを確認する。

● 偶数・奇数の入れ方の意見が生徒から先に出たら、問題2に移る。

◇ きまりを見出し、理由を説明するために、既習事項を活用しようとしているか。(関心・意欲・態度)

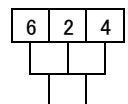
【20】

<学習問題②> 偶数、奇数という視点で考えるとき、数の並び方のきまりを見つけよう。

○ あてはめる自然数を偶数と奇数で分け、入れ方を考える。

○ まず、最上段の3つの枠に入る数を、偶数・奇数に分けて、すべての場合を考える。

◎ 意見が出ない場合、右図のような例を挙げ、考える糸口とする。



	<ul style="list-style-type: none"> 最上段の3つの数の並び方は、 (偶偶偶) (偶偶奇) (偶奇偶) (奇偶偶) (奇奇偶) (奇偶奇) (偶奇奇) (奇奇奇) の8通りである。 最上段の3つの枠に偶数が隣同士で並ぶとき、1番下の枠の数は奇数になる。 最上段の3つの枠に2つの偶数が隣同士で並ばないとき、1番下の枠の数は偶数になる。 <p>○ 偶数と偶数の差は偶数、 偶数と奇数の差は奇数より右図の並び方だけに絞られる。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>偶</td><td>偶</td><td>奇</td></tr> <tr><td>偶</td><td>奇</td><td></td></tr> <tr><td>奇</td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>偶</td><td>奇</td><td>偶</td></tr> <tr><td>奇</td><td>奇</td><td></td></tr> <tr><td>偶</td><td></td><td></td></tr> </table> </div> <ul style="list-style-type: none"> 正解例を見て、偶数と奇数の入り方を確かめる。 ○ 3段の場合に成り立つきをプリントにまとめる。 	偶	偶	奇	偶	奇		奇			偶	奇	偶	奇	奇		偶			<p>◎最上段の偶数・奇数の並び方を、もれ落ちなく数え上げるよう支援する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ●最上段に偶数または奇数が3つ並ぶ場合と、偶数が1つと奇数が2つの場合はルールに適合しなくなることを確認させる。 ●最上段の左右の数の差の性質が活用できることに気付かせる。 <p>◇枠にどの数があてはまるかを、場合の数や整数の性質を利用して考えているか。 (数学的な見方や考え方)</p> <p>◎数人に発表させる。(発表ボード)</p>
偶	偶	奇																		
偶	奇																			
奇																				
偶	奇	偶																		
奇	奇																			
偶																				
<p>まとめ 【5】</p>	<p>○まとめをする。</p> <ul style="list-style-type: none"> 右図のように数は入り、いくつかのきまりがある。 数の入り方を調べる際には、整数の性質などに注目し、起こる場合をもれ落ちなく書きあげて考えていくことが大切である。 	<p>◎まとめをし、きまりを見つけての重要性や、順序よく数えることの大切さを伝える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ●時間があれば、4段(使用する数が1~10)もできることを知らせ、考えさせる。 																		

(3) 板書計画

3段の枠に1~6までの数をあてはめるとき数の並びのきまりを見つけよう。

【数のあてはめ方のルール】

- 1から6までの自然数を1回ずつ使う。
- 隣り合う2つの数の差がその下の枠に入る。
- 差は絶対値で考える。(大-小)

<学習問題①>

見つけたきまりが成り立つ理由を考え、説明しよう。

<学習問題②>

偶数、奇数という視点で考えたとき、数の並び方のきまりを見つけよう。

【正解例】

6は最上段
《理由》

【まとめ】

発表ボード

参考文献

- ・中学校学習指導要領(平成29年告示)解説
- ・未来へひろがる数学2, 啓林館
- ・松浦敏之共著, 「数学教育 永久保存版! いつでも使える数学パズル&クイズコレクション」, 明治図書, 2016