

3年1組 数学科学習指導案

1 題材名 相似な図形の利用

2 題材について

(1) 題材観

第6学年で、図形についての観察や構成などの活動を通して縮図や拡大図について学習し、二つの図形の形が同じであることを、縮図や拡大図を利用して学習している。これを踏まえ、中学校では、三角形や多角形などについて形が同じであることの意味を、さらに明確にすることになる。第2学年では、数学的な推論の過程に着目して、図形の合同に基づいて三角形や平行四辺形の基本的な性質を見だし、論理的に確かめ説明することを学習している。第3学年では、三角形の相似条件などを用いて図形の性質を論理的に確かめ、数学的な推論の必要性や意味及び方法の理解を深め、論理的に考察し表現する力を養うこと、また、基本的な立体の相似の意味を理解し、相似な図形の性質を用いて図形の計量ができるようにすることが目標である。

本授業の題材は、1つの点を中心としているような図形の拡大図や縮図（相似な図形）のかき方を利用し、三角形に内接する正方形を作図するものである。正方形のすべての頂点が三角形の辺上にあるという条件から条件を一つはずし、正方形の3つの頂点が三角形の辺上にあることから考え始め、4つ目の頂点が三角形の辺上にある場合についての作図の方法を見いだせるようにしたい。

(2) 大会主題との関連

本題材は数学的活動の「数学の事象から見通しをもって問題を見だし解決したり、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察したりする活動」を目指している。与えられた図形の内部にある正方形を拡大していくという見通しを持ち、半円に内接する正方形の作図から相似の中心を使って考えることを見だし、相似の中心を正方形の辺上から外部へ変えても同様の方法が適用されることから、統合的・発展的に考察するものである。

3 指導及び評価の計画

(1) 指導計画（23時間扱い）

・相似な図形	3時間
・三角形の相似条件	2時間
・相似条件と証明	3時間
・平行線と線分の比	6時間

(本時6/6)

・中点連結定理	2時間
・相似な図形の面積	2時間
・相似な立体の表面積・体積	3時間
・相似の利用	2時間

(2) 評価計画

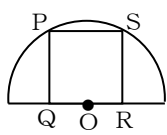
	数学への 関心・意欲・態度	数学的な 見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などに ついての知識・理解
評価 規準	○平行線と線分の比 についての性質を見 いだそうとしたり、 それを証明したりし ようとしている。 ○相似な図形の性質 を活用して、問題を 解決しようとしてい る。	○三角形の相似条件 を、合同条件をもと にして考えることが できる。 ○平行線と線分の比 についての性質を、 平行線の性質や三角 形の相似条件を用い て考えることができる。	○2つの図形が相似 であることを、記号 を使って表したり、 相似比や対応する辺 の長さを求めたりす ることができる。 ○平行線と線分の比 の性質を用いて、線 分の長さなどを求め ることができる。	○三角形の相似条件 を理解している。 ○相似条件を用いた 証明の進め方を理解 している。 ○平行線と線分の比 の性質を理解してい る。

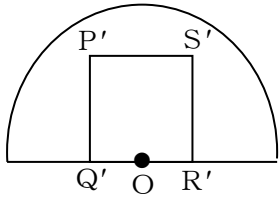
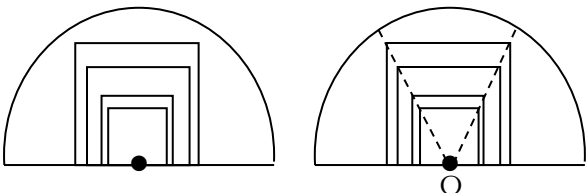
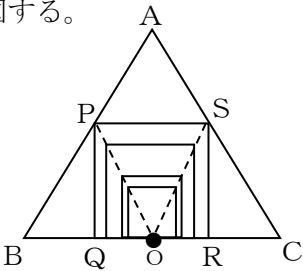
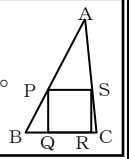
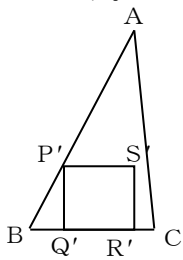
4 本時の指導

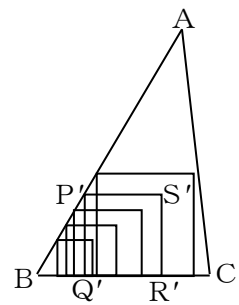
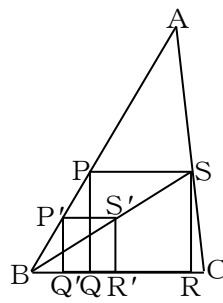
(1) ねらい

- ・図形の相似の性質を利用して三角形に内接する正方形の作図について考えることができる。
(数学的な見方や考え方)

(2) 展開

過程 【分】	学習活動と内容	支援 (◎) 留意点 (●) 評価 (◇)
導入 【20】	<p>○ 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>ぴったり入る正方形を作図しよう。</p> </div> <div style="border: 2px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p><学習問題①> 四角形PQRSは正方形で、辺QRは半円Oの半径上にあり、頂点P、Sは、弧の上にあります。 このような正方形を作図する方法を考えましょう。</p> <div style="text-align: right;">  </div> </div> <p><予想される生徒の反応></p> <ul style="list-style-type: none"> ・半径が正方形の一辺の長さになる。 ・円の中心OからOQ、ORの長さを等しくする。 <p>○ それぞれがノートに半円をかき、内接する正方形を作図する見当をつける。</p> <p>○ いつでもどんな大きさでもかける方法を考える。 何がわかればかけるか話し合う。</p> <p><予想される生徒の反応></p> <ul style="list-style-type: none"> ・正方形の一辺の長さ ・円の中心 <p>○ 点Pと点Sが間違いなく弧の上にあるようにするにはどうすればよいか考える。</p>	<p>●それぞれが異なる半円をかいても作図できることを伝える。</p> <p>◎いくつかの正方形をかくなどして見当をつけるように促す。</p> <p>●PQ、RSは円の半径より短いので、正方形の一辺の長さと円の半径は一致しないことを確認する。</p> <p>●半円や正方形が線対称な図形であることを利用できるように留意する。</p>

<ul style="list-style-type: none"> 点Pと点Sが円周上になくても、点Oが辺QRの中点にある図はかける。  <ul style="list-style-type: none"> 生徒個々によって正方形P'Q'R'S'の大きさは異なるため、いくつかの大きさの正方形を重ねてかいた図から気づくことはないか考える。  <ul style="list-style-type: none"> いくつかの正方形は、点Oを相似の中心として相似な位置にあることを確認する。 <ul style="list-style-type: none"> 同じようにして正三角形の中に入る正方形を作図する。 	<ul style="list-style-type: none"> ●半円はそれぞれでかくため、その中心を見つけることに時間はかけず、最初から中心がわかっているものとして作図しても構わない。 ◎点P'と点S'が円周上にない正方形を拡大して行って、半円にぶつかる部分を考えればよいことを引き出す。 ●全国学力学習状況調査における「調査問題の枠組み」での数学の問題発見・解決における局面Ⅱ「問題解決に向けて、構想・見通しを立てることで焦点化した数学の問題を解決すること」を念頭に置く。
<p>展開【10】</p> <ul style="list-style-type: none"> △ABCの頂点Aが移動して正三角形でなくなる場合どうなるか考える。 学習問題をつかむ。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p><学習問題②> 四角形PQRSは正方形で、辺QRは△ABCの辺BC上にあり、頂点P, Sは、それぞれ、辺AB, AC上にあります。このような正方形を作図する方法を考えましょう。</p> </div>  <ul style="list-style-type: none"> 線対称でない三角形について考える。 このまま拡大すると点Pが外に出てしまう。  <ul style="list-style-type: none"> どの方向にどのくらい拡大すればよいか考える。 	<ul style="list-style-type: none"> ●正方形PQRSをいくつかかくこと、そのときの点S'に着目することが解決過程で重要な局面である。いくつかの点S'はどのような軌跡になっているか投げかける。

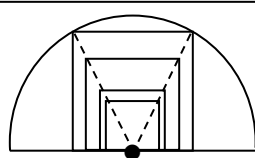
	 <p>【15】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・自力解決の時間の後、周囲との話し合いの時間をもつ。 <予想される生徒の反応> ・BS'を延長して辺ACとの交点が正方形PQRSの頂点Sになっている。 ・点Bを相似の中心と考えればよい。 ・$\triangle P'BS' \sim \triangle PBS$, $\triangle S'BR' \sim \triangle SBR$である。 	<ul style="list-style-type: none"> ●「算数・数学の学習過程のイメージ」D2「見いだした事柄を既習の知識と結びつけ、概念を広げたり深めたりする力」を念頭に置く。BS'を延長することで、既習事項である点Bを相似の中心とした図と結びつけて考えることができるようにする。 ◎自力解決できる生徒が少ないようならば、全体で図を共有したり、何か意見が言える生徒を指名したりする。 ◇図形の相似の性質を利用して三角形に内接する正方形の作図について考えることができる。(数学的な見方や考え方)
<p>まとめ</p> <p>【5】</p>	<p>○ 本時の学習を振り返る。</p> <p>どんな$\triangle ABC$でも、相似の中心を利用してすべての頂点が辺上にある正方形PQRSが作図できる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ●「学習過程のイメージ」A2「得られた結果を基に拡張・一般化する力」を念頭に置いてまとめる。

(3) 板書計画

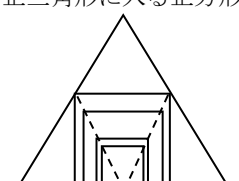
ぴったり入る正方形を作図しよう。

四角形PQRSは正方形で、辺QRは半円Oの半径上にあり、頂点P, Sは、弧の上にあります。このような正方形を作図する方法を考えましょう。

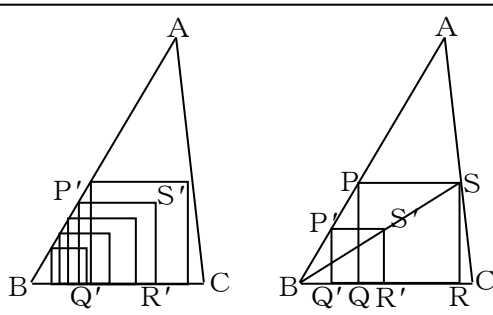
四角形PQRSは正方形で、辺QRは $\triangle ABC$ の辺BC上にあり、頂点P, Sは、それぞれ、辺AB, AC上にあります。このような正方形を作図する方法を考えましょう。



相似の中心
<正三角形に入る正方形>



相似の中心



どんな $\triangle ABC$ についても、相似の中心を利用してすべての頂点が辺上にある正方形PQRSが作図できる。