数学科学習指導案

展開学級　　３　年　Ｂ　組
展開場所　　３年Ｂ組教室

１　単元名　　関数 $y = ax^2$

２　単元について

（１）単元観

小学校では、数量の関係を□、〇などの記号を使った式や言葉の式に表してそれらに数を当てはめて調べたり、変化の様子を折れ線グラフで表し、変化の特徴を読み取ったりすることを学んできた。また、比例の関係を理解しこれを用いて問題を解決したり、反比例の関係について理解したりしてきている。中学校１年では変数の範囲を０や負の数まで拡張し、文字を使った式を通して一般化して定義してきた。２年では、一次関数について表、式、グラフを関連付けながら学習してきている。

さて、本単元では、これまで学習してきた関数のほかに、関数 $y = ax^2$ としてとらえられるものがあることを知り、今までに学習してきた比例・反比例、一次関数と比較して考察することにより、関数についてより見方や考え方を深める単元である。日常生活の事象の中にある数量については、他にも多くの関係が存在する。そこで、授業ではまずこの課題ではどのような数量がともなって変わっているのかをきちんと考えさせ、関数であるかそうでないかの判断から本題に迫らせる。関数であるならば、今までに既習の関数の特徴にあてはまっているのかそうではないのか。関数 $y = ax^2$ とこれまでの関数では、特徴を比較することで、これまでの関数との変化や対応の違いの理解を深めていきたい。次に、より深く理解するためにも表、式、グラフを正しく扱い、相互に関連付けながら変化の仕方を把握できる力を養わせる。表、式、グラフにはそれぞれのよさがある。表は変化や対応に注目するのに有効な手段であり、なかなか式に表しづらいものでも、表の特徴からどのような関数か判断して、式やグラフにして表せることも多い。一方、式は一般的な形で表現することができるので、表にない値のことまで考察することができる。式から一目でどのような関数か把握できれば、その増減の仕方やグラフの形まで判断することができる。また、グラフは、変化していく様子を視覚的に捉えることができるので、増減のようすがわかりやすい。数量の関係についての理解がより深められる。それぞれの特徴を理解させながら、利用の学習につなげていく。

本時は関数$y = ax^2$の利用として、具体的な事象から取り出した２つの数量の関係がどのような関数であるかどうかを判断し、その変化や対応の特徴を捉え、説明することをねらいとして指導する。その題材として、正四角錐の体積の変化のようすについて底面の１辺の長さを変えた場合と底面積を変えた場合について考える授業を展開する。どのように変わるか容易に予想はつくと考えられるので、理由を説明することに重点をおく。具体的な数値ではなく、変化する数量を文字でおいて式を立てることで、どこが変化するのかということが見えやすくなり、その変化の仕方の特徴を把握しやすくなる。関数のよさの一つとして、今現在のことのみでなく、この先どのようになっていくかを確かな根拠を持って予測できることであると考える。本時の経験を活かし、子どもたちが自分自身で表現することができたという達成感を味あわせながら、根拠をもって説明できる能力を育んでいきたい。そうできるようになることで、関数のよさを感じさせていきたい。

（２）生徒の実態

３　単元の目標

（１）様々な事象を関数 $y = ax^2$ などとして捉えたり、表、式、グラフなどで表したりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、問題解決に進んで活用しようとする。

（数学への関心・意欲・態度）

（２）関数 $y = ax^2$ などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりできる。

（数学的な見方や考え方）

（３）関数 $y = ax^2$ の関係などを、表、式、グラフなどを用いて的確に表現したり、数学的に処理したりできる。

（数学的な技能）

（４）事象の中には関数 $y = ax^2$ などとして捉えられるものがあることや関数 $y = ax^2$ の表、式、グラフの関連などを理解することができる。　　　　（数量や図形などについての知識・理解）

４　単元の指導計画（１６時間扱い）

（１）関数 $y = ax^2$・・・・・・・・・・・・３時間
（２）関数 $y = ax^2$のグラフ・・・・・・・４時間
（３）関数 $y = ax^2$の値の増減と変域・・・２時間
（４）関数 $y = ax^2$の変化の割合・・・・・２時間
（５）関数 $y = ax^2$の利用・・・・・・・・２時間（本時　１／２）
（６）いろいろな関数・・・・・・・・・・１時間
（７）章末・・・・・・・・・・・・・・・・２時間

５　本時の指導

（１）本時の目標

・正四角柱の体積の変化のようすを、表、式、グラフなどを用いて積極的に解決しようとする。

（数学への関心・意欲・態度）

・２つの数量の変化や対応の特徴を捉えて体積の変化の仕方を考察することができる。

（数学的な見方や考え方）

（２）展開

学習過程	学習内容と活動	支援（◎）と評価（☆） および留意点（●）
課題把握 （１０分）	１．前時までの復習 ○関数の式の特徴、表の特徴、グラフの特徴について確認する。 ２．学習問題および学習課題の設定 ○底面が１辺３㎝の正方形で、高さが６㎝の正四角錐の体積を求める。 【公式】体積＝（底面積）×（高さ）÷３ 【正四角錐の体積】体積＝３×３×６÷３ ＝１８ ○問題の一部を変えるとしたら、どこを変えることができるか発表する。 ・１辺の長さ　・高さ　・底面積 ○本時の課題を把握する。 正四角錐の一部の長さが２倍、３倍、…となっていくとき、体積はどのように変わっていくか、変化の仕方を調べよう。	●できるだけ多くの生徒を指名し、口頭で確認する。 ●体積を求めるための公式を確認しながら、体積を求めさせる。 ●本時は答えを求めることだけではなく、解き方を重視して考えるよう指示する。
問題解決 （２４分）	３．課題を解決する。 ○どのように変化していくか、予想する。 ・１辺の長さを変えると→４倍、９倍、…となる。 ・高さを変えると→２倍、３倍、…となる。 ・底面積を変えると→２倍、３倍、…となる。 ○どのようにすれば課題を解決できそうか、予想する。 ・実際に体積を求める。→表に整理する。 ・式で表す。 ○個人で１辺の長さ、底面積を変えた場合について表、式、グラフに整理して、変化の様子を捉える。 ＜予想される考え方＞	●具体的な面積を求めることが目的ではなく、どのように変化するか理由をもとに説明するよう指導する。 ●変化や対応のしかたをみるために、これまで表や式、グラフを活用してきたことを復習する。 ●関数としてみて整理しようとしていることを確認する。 ●全体で何を文字でおくのか確認してから問題解決させる。 ☆体積の変化のようすを、表や

（１） １辺の長さを x ㎝、体積を y ㎤ とする。

（考え方１）

x	0	3	6	9	12	15	…
y	0	18	72	162	288	450	…

（考え方２）

x	0	1	2	3	4	5	…
y	0	2	8	18	32	50	…

（考え方３）

（式） $y = x^2 \times 6 \div 3$

$y = 2x^2$

（考え方４）

グラフを用いて考える

（２）底面積を x ㎠、体積を y ㎤ とする。

（考え方１）

x	0	9	18	27	36	45	…
y	0	18	36	54	72	90	…

（考え方２）

x	0	1	2	3	4	5	…
y	0	2	4	6	8	10	…

（考え方３）

（式） $y = x \times 6 \div 3$

$y = 2x$

（考え方４）

グラフを用いて考える

○ともなって変わる２つの数量がどのように変化して

式を用いて積極的に解決しようとしたか。（関・意・態）

◎具体的に○㎝のとき、体積はどのようになるか求めさせる。

●答えのみでなく、どのようにして２倍、３倍、…となるか

	いるか考え、ノートに書き表す。 ＜予想される考え＞ （１）の変化について ・関数 $y = ax^2$ である。 ・１辺の長さが２倍、３倍、…となると、体積は2^2倍、3^2倍、…になる。 ・体積は、１辺の長さの２乗の２倍になっている。 （２）の変化について ・比例$y = ax$である。 ・底面積が２倍、３倍、…となると、体積は２倍、３倍、…になる。 ・底面の正方形の１辺の長さが２倍、３倍、…となるとき、体積が２倍、３倍となるわけではない。 ○班で、自分の考えを伝えあう。 ○それぞれの考え方の根拠を把握する。 ○全体で表、式、グラフを確認する。 ○何人かの生徒が全体の場で自分の気が付いたことを発表する。 ・（１）、（２）ともに、「体積は○○の関数である」と言えることを確認する。 ・（１）はこれまで学習してきた関数$y = ax^2$であり、「高さ÷３」の部分が変化しない定数であるから、体積は１辺の長さの２乗に比例しているといえる。	どうかを判断したのかまで確認させる。 ☆２つの数量の変化や対応の特徴を捉えて体積の変化の仕方を考察することができたか。（見・考） ◎考えが進まない生徒には関数$y = ax^2$などの特徴を思い出すよう助言する。 ●人の意見をしっかり聞き、理解する指導する。 ●何を根拠として、どのように変化すると捉えているかに注目しながら話を聞くよう助言する。 ●求める式の中に定数と変数があり、１辺の長さや底面積が変数となっていることを確認する。 ●式で表せれば、具体的に数値で出さなくても変化の仕方を説明することができることを確認する。
まとめ （３分）	４．本時のまとめをする。 具体的な事象を関数としてみると、問題解決を図ることができる。	
適用練習 （１０分）	５．適用練習をする。 ○他に、今まで学習した図形の中で、２乗に比例する関	●正四角錐同様、式を見て判断できることを確認する。

	数が出てきそうなものを考える。 ＜予想される考え＞ ・正方形　　・正四角柱　　・円 ○円の面積、球の体積について、半径を２倍、３倍、…としたら、面積や体積はどのようになるか考える。 ○答え合わせを行う。 （面積）＝（円周率）×(半径)^{2}となるので、 面積は(半径)^2　に比例する。 したがって、面積は４倍、９倍、…となる。 （体積）＝$\frac{4}{3}$ ×（円周率）×(半径)^{3}となるので、 体積は(半径)^3 に比例する。 したがって、面積は８倍、２７倍、…となる。	●球の体積については、発展的な内容となるので、あくまで式の形からどのようになりそうか予想させる。
振り返り （３分）	６．本時の学習を振り返る。 ○自己評価カードを書く。	●本時は事象を関数として捉え、数量の関係を把握することができたことを確認する。

（３）評価

・正四角錐の体積の変化のようすを、表、式、グラフなどを用いて積極的に解決しようとしたか。

（数学への関心・意欲・態度）

・２つの数量の変化や対応の特徴を捉えて面積や体積の変化の仕方を考察することができたか。

（数学的な見方や考え方）