

第3学年2組 数学科学習指導案

展開場所 3年2組教室

I 単元名 式の展開と因数分解

II 単元の考察

小学校算数科では、第4学年までに、数量の関係や法則などを数の式や言葉の式、□や△などを用いた式で簡潔に表したり、式の意味を読み取ったりすることや、公式を用いることを学習している。また、第5学年では簡単な式で表されている関係についてその関係の見方や考え方を学び、第6学年では数量を表す言葉や□、△などの代わりに、 a や x などの文字を用いて式に表したり、文字に数をあてはめて調べたりすることを学習している。具体的な式では、同じ値段のあめを5個買ったときの1個のあめの値段を○円、合計の値段を△円としたとき、 $○(円) \times 5(個) = △(円)$ と表すことを学んできた。その後、式の表現を発展させ○や△の代わりに x や y を代入して $x(円) \times 5 = y(円)$ として表現した。

中学校1学年では数量の関係や法則などを、文字を用いて式に表したり、式の意味を読み取ったり、文字を用いた式の計算をするなど、文字を用いることによさについて学習する。具体的な計算方法としては、次数が1の単項式どうしの加法や減法を学び、数 \times 単項式や単項式 \div 数の計算も行い文字式の基本的な表現方法と計算方法を学ぶ。中学校第2学年では、これらの学習の上に立って、幾つかの文字を含む整式の四則計算ができるようになることや、文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明できることを理解し、文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする力を養うとともに、文字を用いた式を具体的な場面で活用することを通して、そのよさを実感できるようにする。具体的な計算では、単項式 \times 単項式や単項式 \div 単項式のように項どうしの乗法、除法が入ってくる。さらに中学校3年生では、単項式と多項式の乗法、多項式を単項式で割る除法及び簡単な一次式の乗法の計算ができるようにする。さらに、公式を用いる簡単な式の展開と因数分解を取り扱い、これによって、目的に応じて式を変形したり、その意味を読み取ったりする能力を伸ばすことがねらいである。

この様に文字式の計算、式の計算や式の展開については、3年間を通してゆっくりと丁寧に指導を行うような構成になっている。実際生徒に指導する時、ただ単に教科書の例題や問題を解かす事だけで終わりにせず、広い視野に立って1学年からの学びを生徒に伝え、1年生と2年生の学習の違い、また2年生と3年生の学習の違いを理解すること、また既習事項を利用すれば新しい学習につながることを指導し、式の展開に関する理解と深い学びに努めたい。よって多項式 \times 多項式となる一次式と一次式の乗法では、単に形式的に計算ができるようにするだけではなく、交換、結合や分配法則などを基にして計算できることを大切に、 $(a+b)(c+d)$ を展開する際には $a+b$ を M と置いて、 $M(c+d)$ と考えるように、1次式を一つの文字に置き換えると、既習事項である単項式と多項式の乗法に帰着することができ、思考や計算が容易に進められることを指導する。よってこれまでに学んだ学習から1歩進み、深い学びへとつなげていけると考える。

また、式の展開の公式では、公式をただ単に使いこなすだけにとどまらず、公式のもつ意味とそれを活用することのよさを理解し、式を能率よく処理することができるようになりたい。また、これらの公式は、因数分解でも利用することができるため、大切に扱っていきたい。

因数分解の学習の前に、因数、素数に関する学習があるが、平成29年7月告知の次期学習指導要領解説編では、素数に関する学習(素因数分解)が自然数を素数の積として表すこととして1学年に移行することが示されている。素数に関する学習が1学年に移行するが、因数分解の学習がただ単に式の計算の問題として授業が終わることないようにするためにも、既習事項として3年生で素因数分解を再度確認し、因数分解の学習につなげたい。

III 単元の目標

- 1 単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法の計算方法を知る。
- 2 単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法の計算方法を身につける。
- 3 簡単な一次式の乗法の計算及び次の公式を用いる簡単な式の展開や因数分解ができるようになる。
- 4 文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できるようにする。

IV 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
式の展開や因数分解について既習事項から新しい学習へつなげていこうとする意欲があるか。	式の展開や因数分解について式を変形したりその意味を読み取ったりする事ができたか。 文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉えることができる。	文字を用いた簡単な多項式について、式の展開や因数分解ができたか。 文字を用いた式で数量及び数量の関係を説明できる。	文字を用いた簡単な多項式の計算や式の展開や因数分解について理解する。

V 単元の指導計画

節	項	時数	節の評価規準			
			関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
1節 式の展開 と 因数分解	1 式の乗法, 除法	4	1章で学んだ内容を振り返り、章末問題を利用して1章で学んだことを確認しようとする。	1章で学んだ内容を振り返り、章末問題を利用して、学習内容と類似した問題を学んだことを利用して考えることができる。	1章で学んだ内容を振り返り、章末問題を利用して、学習内容と類似した問題を学んだことを利用して計算することができる。	1章で学んだ知識を利用すると、章末問題が容易に計算できたり、式が読み取れたりすることを理解している。
	2 乗法の公式	3				
	3 素因数分解	1				
	4 因数分解	5				
2節 式の計算	1 式の計算の利用	4				
章末問題・数学展望台		2				

VI 千葉市学校教育の課題との関連から

千葉市学校教育推進計画の教育目標には、自ら考え、自ら学び、自ら行動できる力をはぐくむ、また副題として「わかる授業・楽しい教室・夢広がる学校づくり」のさらなる充実とある。この中で、自ら考える力を重要なキーワードと考える。その理由として、生徒自身が今学んでいる学習の大切さ、なぜ今これを学ぶのか、を考える様に指導をする。また、単元の考察で書いたように、ただ単に教科書の例題や問題を解かず事だけで終わりにせず、広い視野に立って1学年からの学びを生徒に伝え、1年生と2年生の学習の違い、また2年生と3年生の学習の違いを理解すること、また既習事項を利用すれば新しい学習につながることを指導し、式の展開に関する広い理解と深い学びにつなげる。よって自ら考える指導を行えば、自ら学ぼうとする力がつき、また自ら行動できる力がつくと考え。『わかる授業』の推進に向けた課題にもあるように、既習事項を利用すれば新しい学習につながることを「付けたい力」とし「ねらい」も明確に示すことができる。

本授業では生徒自身に学習問題を提示させ、それについて解決していこうとする授業を展開するので、問題解決の過程で発想を広げ、深める学習課題の設定を行う。また、整数の並べ方を工夫すること(条件を変えること)で容易に解決できる。条件を変えることは、数学的な見方・考え方の観点の1つと考えられる。この様に数学的な見方・考え方を働かせながら思考力・判断力・表現力等を育てていきたい。

VII 生徒の様子

Ⅷ 本時

1. 題材名 エラトステネスのふるい

2. 題材の考察

本題材は、1章の章末にある素材である。古代ギリシャの数学者エラトステネスが考えたといわれ、「エラトステネスのふるい」とよばれている。教科書では、1から10までを横1列に並べ11から20までは2行目に数字をかいて100以下の素数を見つけるやりかたである。教科書通りに素数を見つけると、2の倍数、3の倍数、5の倍数、7の倍数を消しながら素数を見つけるが、他の方法がないか、もっと簡単に素数を見つけることができないかを考えさせたい。しかし、単に「他の方法がないか」と教師から問いかけても生徒は考えられない。だから教師の支援として、どの倍数を消すのが大変だったかを発問し、7の倍数を消すことが大変であることを気づかせたい。そこで、7の倍数を簡単に消すためには、どの様に数字を並べればよいか考えさせたい。その時、最初の表で2の倍数や5の倍数が一直線に消せたときを思い出し、数字の並びに目を向けさせたい。しかし、1列に1から7まで並べ、8から14までを2行目に並べた数字を考えさせる。しかし、今度は5の倍数が一直線上に並ばないことを考えると1から6までを1列に並べると5の倍数も、7の倍数も斜めに一直線上に消せることに気づかせたい。しかしこの並びは、教科書の素因数分解のページに出ているので、教科書の内容に沿った素材であり、さらに主体的に取り組みさせるにも容易でかつ深い学びになる素材と考える。100までの素数を見つけるには、この並びでよいのだが1から200までの素数を考えるには、 $13 \times 13 = 169$ があるので、13の倍数を考える必要があることも併せて考えたい。

1000までの素数を考えるには、教科書にあるように $31 \times 31 = 961$ であるため、31の倍数まで考える必要がある。時間に余裕がある場合は、そこまで深く考えさせたい。

3. 目標

素数に興味を持ち、1から100までの素数を見つけようとする。

(関心・意欲)

整数の並べ方を工夫し、倍数を容易に消すことができるか。

(数学的な見方や考え方)

4. 展開

時配分	学習活動と内容	留意点(○)および評価(◇)
5	<ul style="list-style-type: none"> 素数の復習 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> 教師の発問 素数をいくつか言って下さい。 </div> <p>予想される生徒の発言 1, 2, 3, 5, 11.....</p> <p>素数とは・・・2, 3, 5, 7などは、それより小さい自然数の積の形で表すことができない。 このような自然数のことを素数という。 ただし、1は素数ではない。</p> <ul style="list-style-type: none"> 素数は、1とその数字以外で割ることのできない自然数である。 	<ul style="list-style-type: none"> ○素数について簡単に振り返る。 ○具体的な素数を生徒に答えさせる。 ○1という答えが出たときは、素数でないことを確認する。 ○教科書を見ても構わないので、生徒の言葉で言わせる。 ○素数は、1とその値でしか割ることができない自然数であることを理解させる。 ○2の倍数や3の倍数・・・になる自然数は、素数ではないことも確認する。
15	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> 課題 100までの素数を見つけよう </div> <p>1から100までの素数を生徒が各自で見つける。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> 教師の発問 100までの素数を教えてください。 </div>	<ul style="list-style-type: none"> ○1～100までの整数が書かれたプリントを生徒に配布する。 ◇素数に興味を持ち、1から100までの素数を見つけようとしたか。 ○まずは、各自で素数を探し出す方法を考える。

考えられる生徒の反応

- ・地道に素数を見つける。
- ・「エラトステネスのふるい」を利用して、みつける。
- ・めんどくさがる。

100までの素数を聞く。

簡単に素数が見つかる方法を授業者から提案する。

- ・プリント1を配布する。
- ・教科書P39をひらく。
- ・教科書を使って、「エラトステネス」のふるいを実際に行ってみる。
- ・プリントを利用して、素数を見つける。

予想される生徒の様子

2を残して、2の倍数をはじめに直線で消していく。次に3の倍数を斜めに消していく。5の倍数も直線で消してゆく。

7の倍数 7、14、21、35・・・98を1つずつ消してゆく。

- ・この素数の見つけ方を「エラトステネスのふるい」といいます。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

教師の発問

2, 3, 5・・・の倍数を消していくときに、感じたことはありますか。

予想される生徒の発表

2, 3, 5の倍数は直線で消すことができたが、7の倍数が1個ずつ消していくので大変だった。

- 地道に探している生徒から、みつけることが大変であることを聞き出し、チェックしておく
- めんどくさいと思っている生徒には、なぜ面倒なのか聞いてみる。

- 100までのすべての素数を聞くと時間がかかるので、途中までとする。
- 地道に探すと大変であると思っている生徒に発問し、大変であることを発言させる。

- 手が止まっている生徒に対して、2の倍数や3の倍数は直線で消すことができる事を助言し、同様に5の倍数も消させる。
- プリント拡大したプリントを黒板に貼る。
- 素数は、丸を付けるように指導する。
- 教科書を参考に「エラトステネスのふるい」を確認する。
- 2の倍数は、赤いライン、3の倍数は青のライン、5の倍数は緑のラインと倍数は色を分けて消すように指示を出す。
- 色ペンが何色もない場合は、2の倍数と3の倍数位の色分けでよいことを助言する。
- 活動から5分経過したら、周りの友だちに聞いてもよいことを伝える。
- 机間指導中、前で発表する生徒を考えておく。
- 机間指導中に7の倍数が消しにくいことを感じた生徒に、良いところに着目していることを助言する。
- 手を挙げて発表させる。
- 挙がらない場合は、あらかじめ決めておいた生徒を指す。

- 7の倍数は、直線で消せないことを感じさせる。

- この発問に答えられる生徒をあらかじめ考えておく。
- 手が挙がらなかった場合、机間指導内で、7の倍数を消すのが面倒と感じた生徒を指名する。また、100までは1つずつ消して行けそうだが、大きさが200、300になると消していくのが大変であ

教師の発問

7の倍数が消しやすいようにプリントの数字の並べ方を工夫してみよう。

座席を班の形にする。

プリント2を配布する。

予想される生徒の考え

- ・考えられない。
- ・数字を並びを1列を10以外で区切ることが予想できない。

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63
64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77
78	79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90	91
92	93	94	95	96	97	98
99	100					

予想される生徒の反応

- ・5の倍数が一直線で消すことが出来ない。

教師の発問

5の倍数、7の倍数も消しやすいようにプリントの数字の並べ方を工夫してみよう。

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78
79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96
97	98	99	100		

ることに気づかせる。

- 枠だけが書いてあるプリント2を配布する。
- 机間で数字を並べ方を工夫することがイメージできない生徒には7の倍数を一直線で消すためには、どの様に数字を並べるとよいか(5の倍数のならびに着目させながら)助言をする。
- 机間指導しているときは、1行に数字を10個ずつ並べるのではなく7個ずつ並べ方方法(数学的思考方の条件がえ)で考えられるかをみる。
- プリント1で10の倍数は、一直線で消せる所に着目させ、7の倍数を一直線で消すためにはどの様な並びなら消せるか助言する
- 7の倍数は、一直線で消せたが5の倍数が、飛び飛びになり、うまく消せないことを感じさせる。
- 素数には○をつけるように助言する。
- 2の倍数や3の倍数等直線を色ペンひくように助言する。

- 5の倍数を一直線で消すためには、どの様に数字を並べるとよいか助言する。
- 7の倍数と5の倍数が斜めに一直線上で消せることに気づかせる。
- なぜ6列で並べると5の倍数と7の倍数が一直線で消せるか考えさせる。
- ◇整数の並べ方を工夫し、倍数を容易に消すことができたか。
- 倍数が縦に一直線上に並ぶことだけを考えるのではなく、斜めも一直線に並ぶことを考えるように助言する。

・なぜ、この並びだと5の倍数と7の倍数が一直線で消せるか考えよう。

・考えられる生徒の発言
6で並べると、5の倍数は左に1つつつずれるので、左下がりで斜めに数字が並ぶ
また、7の倍数は右に1つつつずれるので右下がりで斜めに数字が並ぶ

5

まとめ

数字の並べ方を工夫すれば、公倍数を簡単に消すことができ、素数を見つけやすくなる。

○100までは、このやり方でうまくいくが、これ以上の数字だと抜けてしまう倍数が出てくることを助言する。