

第1学年A組 数学科学習指導案

授業者 杉田 有一
展開場所 1 A 教室

I 単元名 平面図形

II 単元の考察

小学校第4学年までに、三角形や四角形、二等辺三角形や正三角形、平行四辺形や台形やひし形などについて理解し、第5学年では図形の合同、第6学年では縮図や拡大図及び図形の対称性について理解してきている。このように、図形の構成要素、それらの相等や位置関係を考察することにより、図形の見方が次第に豊かになってきている。

中学校第1学年では、平面図形の対称性に着目することで見通しをもって作図し、作図方法を具体的な場面で活用する。こうした学習を通して、平面図形についての理解を深め、直観的な見方や考え方を養うとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。また、図形の移動について理解し、2つの図形の関係について調べることを通して、図形に対する見方を一層豊かにする。

おうぎ形の弧の長さや面積に対して、同じ半径の円に対する何倍であるかに着目させる。また、それが、中心角に比例していること、(おうぎ形の面積) = (半径) × (弧の長さ) ÷ 2 で求められることを指導者が教えるのではなく、生徒自ら根拠をもとに説明ができるように支援をする必要がある。

III 単元の目標

観察、操作や実験などの活動を通して、見通しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。

IV 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
◇観察、操作や実験を通して、平面図形の性質を調べたり、それらを数学的に考察したりするなど、数学的活動の楽しさや数学的に考えることよきに関心をもち、意欲的に問題の解決に活用しようとする。 【B(1)】	◇平面図形についての基礎的な知識の習得や活用を通して対称性に着目するなど、図形に対する直観的な見方や考え方を身に付け、筋道を立てて考えることができる。 【B(1)】	◇平面図形を基本的な作図方法によって適切に表現したり、操作や実験を適切に行い、扇形などの図形の計量を行ったりできる。 【B(1)ア】	◇線対称や点対称などの平面図形についての性質や関係及び基本的な図形の作図や図形の計量の仕方などを理解している。 【B(1)アイ】

V 単元の指導計画

節	項	時数	項の評価規準							
			関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解				
と移動 直線図形	1 直線と角	2	「見方や考え方」、「技能」、「知識・理解」の観点を中心に、これまでに行った評価問題と類似した問題で構成した学習プリントを用い、振り返りのための個別学習を行う。教師は、これまでに「努力を要する」と判断したことがある生徒に注意して、個別に指導を行う。 場合によっては課題学習を実施し、生徒の数学的活動への取組みを促し思考力、判断力、表現力等の育成を図るた、日常事象や他教科等での学習に関連付けたりするなどして見いだした課題を解決する学習を行う。 単元末テストを行う。内容は、「見方や考え方」、「技能」、「知識・理解」の観点を中心に、①～③において行った評価問題と類似した問題で構成する。このテストの結果をもとに、①～⑫の各観点の評価を補正して、単元の観点別評価をまとめる。							
	2 図形の移動	3								
基本の作図	1 基本の作図	5								
	円とおうぎ形	1 円とおうぎ形の性質					1			
2 円とおうぎ形の計量		2								
個に応じた学習・単元末テスト (本時 1/2)		2								

VI 生徒の実態

明るく元気のあるクラスである。学習に対して非常に関心が高く、授業の内容もあらかじめ予習している生徒も多いので授業の内容の理解もはやい。計算問題などの一問一答の課題に対しても、はやく終わった生徒が、問題が終わっていない生徒にやり方等を教えるなど協力的な集団である。

しかし、解決方法が何通りもある課題の場合、1つの方法で解決すると他の解決方法を考えようとする生徒が少ないことが課題である。多様な考え持つことの大切さや楽しさを感じる授業の工夫が必要である。

Ⅶ 本時

1. 題材名 平面図形

2. 題材の考察

本題材は、平面図形の課題学習として扱う。直線をひくことによって平面がどのように分割するか考える。最初は生徒の自由に任せ平面を切っていく。しかし数多く平面を分割するためには注意する点があり、それが何なのか気づかせたい。そして、1つの交点に3直線が交わると平面の分割が少なくなることを見から分かるように理解させたい。次に、直線の数が多くなると図を描いただけでは解決しないことを実感する。その場合、前単元で学んだ関数の考え方をここで応用する。しかし、直線の引き方を工夫すると平面が規則的に並んでいることにも気づかせたいが、全くの知識が無いと発想は無理であると思う。そこで、前単元で学んだ直線を何本か描いて曲線に見える作図を思い出させる。この描き方で図を描くと分割された平面が規則的に並び、直線の本数と分割された平面についての表が作りやすくなり、またその次の式化へとつなげることができる。

平面図形の単元であるが、直線と直線で分割された平面の数に関して既習事項を繰り返し利用することで知識・理解の定着をはかりたい。また図では解決できないことも関数を利用することで容易に解決できることも再度認識させたい。

3. 本時にかかわるファシリテーションの視点

【授業前】 生徒の意見を共有しやすくする。 (タブレットの基本的操作を確認)

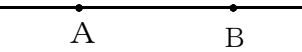
【授業時】 生徒の意見を、クラス全体に早くかつ分かりやすくする。 (タブレットを利用する)

本時で必要な考え方に気づきやすくさせる。 (既習問題を振り返らせる)

4. 目標

- ・平面図形に関心を持ち、直線や線分に関する課題を解決しようとする。
(数学への関心・意欲・態度)
- ・2つの変数「直線の数」と「分割された平面の数」の関係が考えられる。
(数学的な見方や考え方)

5. 展開

時配	学習活動と内容	留意点(○)および評価(◆)
1	直線の確認  真っすぐ限りなく延びている線を直線という点AとBを通る直線を直線ABと表します。	○授業前にタブレットと教室の無線LANを接続するように指示する。 ○タブレットと教室の無線LANが接続されているか、黒板の画面で確認をさせる。
14	本時の課題 直線を使って考えてみよう T：平面上にある円を直線を使って分割します。この時、円を2つに分けるには直線は何本必要ですか？ S：1本 T：では、2本の直線で円をいくつに分けることができますか？ S：4つ T：3本では円をいくつに分けることができますか？ S：7つ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> 平面上にある円を直線を使って分割します。この時、円を15個以上に分割するには最低何本の直線が必要でしょうか。 </div>	○タブレットや無線LANの不都合がある生徒を確認し、後でプリントを渡すことを伝え授業を進める。 ○ここは、簡単に確認し課題に進む。 ○平面を分割するイメージをさせるために直線の本数を少なくして考えさせる。 ○ここで6本と答えた生徒がいたら、7本と6本では、直線の引き方でどこが違うか確認する。その場合、後の質問(※)をここで確認する。・・・☆ ○生徒のタブレットに問題を送信する。 ○タブレットに不都合があった生徒やタブレットを忘れた生徒、バッテリーがなくなった生徒が予想されるので、あらかじめプリントも用意する。

予想される生徒の考え

- ・紙やタブレットを使って実際に直線をひく
 - ・三角数+1で求められるので、 $1+1+2+3+4=11$
 $1+1+2+3+4+5=16$
- 答え 最低4本必要である。

タブレットやiPadを利用して、答えを発表する。

班の隊形にする

25 質問(※)

1本の直線でなるべく数多く平面を分割するにはどのように直線をひけばよいでしょうか？

予想される生徒の考え

1つの点に3直線が交わらないようにひくこと。

ここからは円を分割するのではなく、長方形を分割することを考える。

平面上にある長方形を直線を使って分割します。この時、長方形を30個以上に分割するには最低何本の直線が必要でしょうか。

考えられる生徒の反応

- ・直線の本数が多くなり難しい
- ・タブレットや紙の上では直線がかけない
- ・計算式で求められないか
- ・表を使って予想ができないだろうか

工夫して直線を書いてみよう。

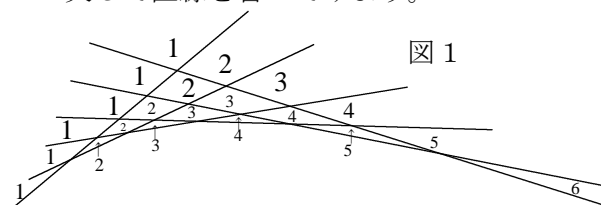


図1から
直線が6本の場合

$$1+1+2+3+4+5+6=22$$

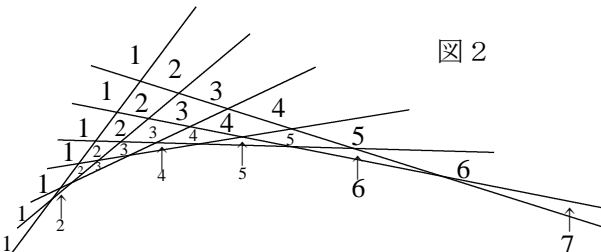


図2から
直線が7本の場合

$$1+1+2+3+4+5+6+7=29$$

○紙に書いている生徒のワークシートを発表させる時は、iPadに写してからプロジェクターに写す。

○三角数+1で求まることを知っている生徒には、なぜそのような式で求められるか考えるように助言する。

◆平面図形に関心を持ち、直線や線分に関する課題を解決しようとする。

○本時のポイントになるので、ノートやプリントなどに書かせるなど、確認をする。

○前の課題で(☆の場面)で説明をしたら確認程度にして次に進む。

○計算式や表を使って予想すると考えた生徒には、直線の本数と分割された数について表や式化をさせて考えるように助言する。

○1つの点に3直線が交わらないように直線を描く工夫をしようと指示を出す。

○関数のグラフで学習した、直線を描いていくと曲線になる図を思い出して描けるように支援する。

○上の段から平面の数を数えていくように助言する。

○図1、図2のように数字をおいて数えると、次の式化にもつながるので書かせる。

○直線の本数が増えると、直線を描いて調べることに、限界があることに気づくので、他に方法がないか考えさせる。

○机間指導で2つの変数「直線の数」と「分割された平面の数」に着目できた生徒には、どのような関係になっているか質問する。

○プリントに書いている生徒はiPadで撮影しておく。

- ・図1, 2の直線の描き方が出来た生徒は、タブレットに描いておく。
(送信はしない)
- ・教師の指示で、タブレットからPCへ図形を送信する。
- ・直線の描き方をプロジェクターに映し出し、確認をする

- ・直線の本数を x 、分割された平面の数を y とおく。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
y	1	2	4	7	11	16	22	29	37	...
		+1	+2	+3	+4	+5				

数分したら、席を立てて他の班の生徒の考えを聞いてもよい指示を出す。

- ・表を使って直線の本数と分割された数の関係を見つける。
表から気づいたことをかこう。
 x の値が1→2のとき、 y の値は2増える
 x の値が2→3のとき、 y の値は3増える
 x の値が3→4のとき、 y の値は4増える
・
・
・

(答え)

上の表から、分割された平面の数が30個以上になる直線の本数は8本以上

- ・式化をして考える。
直線1本の時 → $1 + 1 = 2$
直線2本の時 → $1 + 1 + 2 = 4$
直線3本の時 → $1 + 1 + 2 + 3 = 7$
・
・
・

直線 n 本の時 → $1 + 1 + 2 + \dots + n$
 n 本の直線で分割される平面の数は
 $1 + n$ 番目の三角数
 $(1 + n$ までの自然数の和)
 $1 + \frac{1}{2}n(n + 1)$

- 図が、かけた生徒はタブレットかプリントにかいておく。

- 机間指導をし直線の数と平面の数の2つの変数の関係から予想するように助言する。

- 前単元で学習した関数を思い出させ、 x を直線の本数、 y を平面の数にするなど関数の関係を利用して解決できないか助言する。

- 表が、かけた生徒はタブレットかプリントにかいておく。

- タブレットに書いた生徒は、送信できるように準備をさせる。
- プリントに表をかいた生徒は、iPadであらかじめ撮影しておく。

- x の値が1, 2, 3と増えると y の値が2, 3, 4と増えることを生徒同士での話から理解ができる雰囲気をつくる。

- 解決方法が見いだせない生徒は、直線の本数(x の値)を増やし、平面が30個になる所を帰納的に考えるような支援をする。

- 帰納的に考えさせるために、図や表をよく見るように支援する。(教師の姿勢)

- ◆2つの変数「直線の数」と「分割された平面の数」の関係が考えられたか。

- 1～ n までの自然数の和が
 $\frac{1}{2}n(n + 1)$ であることを、使って
使って、演繹的に式化を説明できるようにする。
- 三角数が分からない生徒には、自然数の和の形と考えても良いとする。

$$n = 7 \text{ を代入すると}$$

$$1 + \frac{1}{2} \times 7(7 + 1)$$

$$= 29$$

$$n = 8 \text{ を代入すると}$$

$$1 + \frac{1}{2} \times 8(8 + 1)$$

$$= 37$$

(答え)

よって分割された平面が30個以上になるのは、8本以上である。

- ・時間が来たらタブレットの映像を前に送る
- ・図を描いて説明する生徒、表をかいて説明する生徒、式化して説明する生徒の代表は、前に来て、説明をする。

5

平面上にある長方形を直線を使って分割します。この時、長方形を**1000**個以上に分割するには最低何本の直線が必要でしょうか。

$$n = 44 \text{ を代入すると}$$

$$1 + \frac{1}{2} \times 44(44 + 1)$$

$$= 991$$

$$n = 45 \text{ を代入すると}$$

$$1 + \frac{1}{2} \times 45(45 + 1)$$

$$= 1036$$

(答え)

よって分割された平面が1000個以上になるのは、45本以上である。

5

まとめ
直線で平面を区切り区切られた平面の数を図で考えたり、関数の一般式を使って考えることができる。

- ・自己評価カードを書く
自分を見つめて、静かに書く

○机間指導で説明させる生徒を確認しておく。

○式化をして求めた生徒には式の意味も説明するように指導する。

○式化をして考えた生徒には、どうしてその様な見方をしたか、発表で発言させる。

○ x と y n 関係がどの様になっているか、生徒自ら発言できるように支援する。

○この課題を出すことで、分割する数が多いときは、帰納的には求められないことを生徒から言葉に出るように雰囲気を作る。

○課題が一般式から演繹的に求められることを生徒自ら考え、答えが出せるように

○机間指導で説明させる生徒を確認しておく。

○タブレットの電卓を使用して求めてもよいことを助言する。

○式化することの便利さが伝わるように話をする。

○今日の課題でどの様な見方や考え方をしたか書かせる。